

Д. М. Костыгова<sup>1</sup>, Д. В. Казунин<sup>2</sup>

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ КАРЬЕРНОГО ЭКСКАВАТОРА В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

<sup>1</sup> АО «Кронштадт Технологии», Российская Федерация,  
199178, Санкт-Петербург, Малый пр. В.О., 54, к. 5, лит. П

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация,  
190034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Представлена имитационная модель электрических систем карьерного гусеничного экскаватора, созданная для тренажера подготовки машиниста экскаватора ЭКГ-18Р. Описана система уравнений моделирования процессов, происходящих в цепи постоянного и переменного тока. Предложены методы решения сформированной системы, в том числе в случае возможной структурной вырожденности. Рассмотрен метод оптимизации решения аналогичных систем уравнений для проведения расчетов в режиме реального времени. Показаны принципы взаимодействия модели электрооборудования экскаватора со связанными моделями, также входящими в состав комплексного тренажера подготовки машиниста ЭКГ-18Р. Приведена верификация математической модели на основе экспериментальных данных, полученных на реальном экскаваторе. Библиогр. 8 назв. Ил. 4.

*Ключевые слова:* численное моделирование в режиме реального времени, имитационная модель электрических систем, решение структурно вырожденных систем алгебраических уравнений.

*D. M. Kostygova<sup>1</sup>, D. V. Kazunin<sup>2</sup>*

## MATHEMATICAL REAL TIME MODEL OF MINING EXCAVATOR ELECTRICAL SYSTEMS

<sup>1</sup> АО «Kronshtadt Technology», 54, k. 5, lit. P, Malyi pr. V.O.,  
St. Petersburg, 199178, Russian Federation

<sup>2</sup> St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab.,  
St. Petersburg, 190034, Russian Federation

An electrical systems imitational model of a caterpillar mining excavator designed for an EKG-18R shovel operator training simulator is presented. The equations system for process modelling, occurring in the direct and alternating current circuit, is described. The system solution methods, including cases of possible structural degeneracy are suggested. The method optimization of similar real-time calculated equations system solution is considered. The principles of interaction between an electric excavator and other related models are compared as well as those of an integrated training simulator operator EKG-18R are presented. The verification of the mathematical model based on experimental data obtained on a real excavator is presented. Refs 8. Figs 4.

*Keywords:* real time numerical simulation, electrical systems imitational model, structurally degenerate algebraic equations system decision.

**Введение.** Используемая человеком техника становится все сложнее, а подготовка кадров, эксплуатирующих ее, требует все большего внимания. Это верно прак-

---

*Костыгова Дарья Михайловна* — соискатель; darka\_k@mail.ru

*Казунин Дмитрий Владимирович* — доктор технических наук, доцент; \_dvk@mail.ru

*Kostygova Darya Mikhailovna* — applicant; darka\_k@mail.ru

*Kazunin Dmitry Vladimirovich* — doctor of technical sciences, associate professor; \_dvk@mail.ru

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2017

тически для любой области деятельности человека, в том числе и для карьерной техники, в частности для новых карьерных экскаваторов.

Размеры и производительность карьерных экскаваторов (далее — машин) за последние годы существенно увеличились. Если 20 лет назад характерные объемы ковша составляли 5–10 м<sup>3</sup>, то теперь его вместимость выше 15 м<sup>3</sup>. Встречаются также модели экскаваторов с вместимостью ковша 32 и даже 50 м<sup>3</sup>. С увеличением размеров экскаваторов возрастает мощность электроприводного оборудования, повышается сложность управления, а последствия допускаемых оператором ошибок при использовании более мощных машин становятся более критичными.

Подготовка персонала на реальных машинах часто оказывается экономически нецелесообразной из-за необходимости вывода дорогостоящей техники из эксплуатации, а также рисков ее поломки при проведении обучения. Для решения задач обучения, переподготовки, восстановления навыков и аттестации персонала распространено применение тренажеров.

Для создания тренажеров, соответствующих задачам обучения, необходимо разработать математическую модель, являющуюся составной частью тренажера карьерного экскаватора, которая должна точно описывать процессы, происходящие в реальном объекте, при этом необходимо воспроизвести не только окружение машиниста, но и реакцию имитируемого оборудования на управляющие воздействия.

В данной работе представлена имитационная модель электрооборудования экскаватора ЭКГ-18Р производства ООО «ИЗ-КАРТЭКС им. П. Г. Коробкова», встроенная в тренажер карьерного экскаватора, разработанный в рамках опытно-конструкторской работы компанией АО «Кронштадт Технологии» по заказу завода-изготовителя машины.

Основные силовые агрегаты карьерного экскаватора ЭКГ-18Р приводятся в движение одним или парой двигателей постоянного тока, осуществляя подъем, поворот, напор и ход. Питание экскаватора осуществляется внешней трехфазной сетью напряжением 6 кВ, которое подается на активные выпрямители, поддерживающие постоянное стабилизированное напряжение для сетей питания двигателей постоянного тока. Дополнительное оборудование питается переменным током низкого напряжения. Имитационная модель экскаватора состоит из численной модели процессов как в цепях постоянного тока, включая активный выпрямитель и цепи питания электродвигателей постоянного тока основных приводов машины, так и в цепях переменного тока, обеспечивающих освещение и работу вспомогательных трехфазных асинхронных двигателей, используемых для вентиляции и смазки, питания выпрямителей обмоток возбуждения, приводов открытия днища ковша, привода намотки/размотки кабеля и прочего вспомогательного оборудования.

**Постановка задачи.** Для имитационного моделирования параметров электрических систем экскаватора (ЭСЭ) в режиме реального времени численная модель тренажера принципиально отличается от численных моделей, применяемых для научных и проектных расчетов, прежде всего более широким диапазоном имитируемых режимов работы машины и временем, отведенным для выполнения единичного расчета.

**Математическая модель.** Для выполнения расчетов в режиме реального времени представим ЭСЭ (схема электрическая принципиальная) в виде графа, где ребрами являются проводники различного типа, а узлами — точки их соединения. Для каждого ребра и узла запишем соответствующие уравнения:

1. По правилу Кирхгофа [1] алгебраическая сумма токов в узле электрической цепи равна нулю:

$$\sum I_k = 0. \quad (1)$$

2. Для ребер, представленных в виде сопротивлений электрической цепи (активное, индуктивное, реактивное, смешанное) [1]:

$$U_{k1} - U_{k2} - k_R IR - k_L L \frac{dI}{dt} = 0 \text{ или } U_{k1} - U_{k2} - k_R IR - k_L L \frac{I_i - I_{i-1}}{\Delta T} = 0, \quad (2)$$

где  $U_{k1}$  и  $U_{k2}$  — электрические потенциалы в узлах, примыкающих к ребру;  $I, I_i$  и  $I_{i-1}$  — ток в ребре, ток в ребре на текущем и на предыдущем временном шагах соответственно;  $R$  — активное сопротивление;  $L$  — индуктивность;  $k_R$  и  $k_L$  — логические переменные, принимающие значения 0 или 1, позволяющие отключать активную и индуктивную составляющую соответственно.

3. Для ребер, содержащих электрические ключи [2]:

$$\begin{cases} U_{k1} - U_{k2} - IR = 0 & \text{при } KeyPos = 1, \\ I = 0 & \text{при } KeyPos = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где  $KeyPos$  — параметр, характеризующий положение электрического ключа. Первое уравнение используется при замкнутом положении ключа ( $KeyPos = 1$ ), второе — когда ключ разомкнут ( $KeyPos = 0$ ).

4. Для ребер, описывающих емкость [2]:

$$C \frac{dU}{dt} - I = 0 \text{ или } \frac{C((U_{k1}^i - U_{k2}^i) - (U_{k1}^{i-1} - U_{k2}^{i-1}))}{\Delta T} - I = 0, \quad (4)$$

где  $U_{k1}^i, U_{k2}^i, U_{k1}^{i-1}, U_{k2}^{i-1}$  — электрические потенциалы в узлах, примыкающих к ребру на текущем  $i$ -м и предыдущем временном шагах соответственно;  $C$  — емкость;  $\Delta T$  — шаг по времени.

5. Для ребер, имеющих ограничение по протеканию тока в определенном направлении:

$$U_{k1} - U_{k2} - IR - \text{fsh}(I - \bar{I}) = 0, \quad (5)$$

где  $\bar{I}$  — ограничивающее значение тока;  $\text{fsh}(x)$  — функция коррекции, определяющая проводимость ребра только в одну сторону. Таким способом можно описывать работу диода, тиристора и элементов, имеющих ограничения по току.

Функция  $\text{fsh}(x)$  должна удовлетворять требованиям непрерывности первой производной, обеспечивать единственное решение и устойчивость в районе решения. Выбранная функция имеет вид составной (рис. 1), является линейной в области отрицательных значений, линейной резко возрастающей в области положительных значений и склеивающей, проходящей через начало координат эллиптической функцией. Обе прямые — касательные к эллипсу  $(1 - \sqrt{1 - x^2/\Delta^2})$ , что сохраняет непрерывность производной в точках перехода от одной части составной функции к другой:

$$\text{fsh}(x) = \begin{cases} Bx & \text{при } x \leq 0, \\ (Bx) + [1 - \sqrt{1 - \varphi^2}] & \text{при } 0 < \varphi \leq \cos(\Delta), \\ (Bx) + \left[ \frac{\cos(\Delta)(\varphi - \cos(\Delta))}{\sin(\Delta)} + (1 - \sin(\Delta)) \right] & \text{при } \varphi > \cos(\Delta), \end{cases} \quad \text{при } x > 0,$$

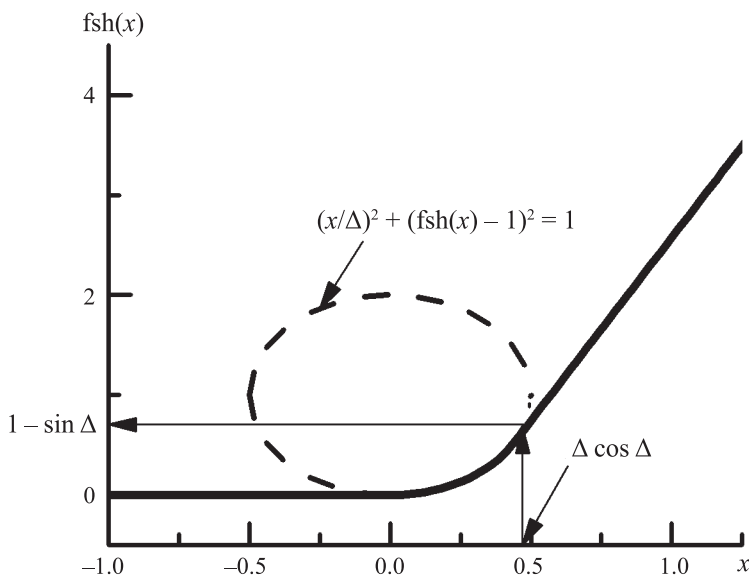


Рис. 1. Вид составной функции коррекции

где  $x$  — корректируемая величина;  $\Delta$  — параметр, регулирующий «раскрытие» функции коррекции,  $\Delta = 0.5$ ; параметры  $B = 10^{-5}$ ,  $\varphi = x/\Delta$ , которые определяются экспериментальным путем в соответствии с задачами обучения.

6. Для ребер граничных элементов электрической цепи можно записать

$$U_{k1} - \overline{U} = 0, \quad (6)$$

$$U_{k1} - \overline{U}_A \sin(\omega t + \varphi_0) = 0. \quad (7)$$

Для источников постоянного напряжения используется уравнение (6), где  $U_{k1}$  — напряжение в граничном узле,  $\overline{U}$  — требуемое напряжение; для источников переменного напряжения — формула (7), в которой  $\overline{U}_A$  — требуемое амплитудное значение напряжения,  $\omega$  и  $\varphi_0$  — угловая частота напряжения и начальная фаза соответственно.

7. Для ребер, соответствующих обмоткам якорей двигателей постоянного тока:

$$I - \frac{U_{k1} - U_{k2} - C_e n \Phi}{R_a} = 0, \quad (8)$$

здесь  $U_{k1}$  и  $U_{k2}$  — электрические потенциалы в узлах, примыкающих к ребру;  $I$  — сила тока в обмотке якоря;  $R_a$  — электрическое сопротивление обмотки якоря;  $C_e$  — константа, связанная с характеристиками двигателя, заложенными его конструкцией;  $n$  — обороты двигателя;  $\Phi$  — магнитный поток, пропорциональный току, протекающему через обмотки возбуждения.

Таким образом, решаемая система состоит из уравнений для всех узлов (1), ребер графа (2)–(8) и описывает электрическую систему имитируемого экскаватора. Неизвестными являются потенциалы в узлах графа и токи в его ребрах.

При этом электрическая система экскаватора ЭКГ-18Р в математической модели тренажера содержит 329 алгебраических уравнений (как линейных, так и нелинейных). От состояния электрических ключей (3) система изменяется заменой соответствующих уравнений для открытых (разомкнутых) и замкнутых ключей:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\text{все уравнения ребер закрытых и открытых ключей:} \\
I_{i1} = 0 \text{ или } U_{k1} - U_{k2} - I_{i2}R = 0, \\
\dots \\
\text{все уравнения активных индуктивных и смешанных потребителей:} \\
U_{k3} - U_{k4} - k_R I_{i3}^i R - k_L L(I_{i3}^i - I_{i3}^{i-1})/\Delta T = 0, \\
\dots \\
\text{все уравнения однонаправленных ребер или ребер с ограничением} \\
\text{протекающего тока: } U_{k5} - U_{k6} - I_{i4}R - \text{fsh}(I_{i4} - \bar{I}) = 0, \\
\dots \\
\text{все уравнения для якорей приводов: } I_{i5} - (U_{k7} - U_{k8} - C_e n \Phi)/R_a = 0, \\
\dots \\
\text{все уравнения для емкостей: } C[(U_{k9}^i - U_{k10}^i) - (U_{k9}^{i-1} - U_{k10}^{i-1})]/\Delta T - I_{i6} = 0, \\
\dots \\
\text{все уравнения граничных элементов:} \\
U_{k11} - \bar{U} = 0 \text{ или } U_{k12} - \bar{U}_A \sin(\omega t + \varphi_0) = 0, \\
\dots \\
\text{все уравнения внутренних узлов: } \sum I_k = 0, \\
\dots
\end{array} \right. \quad (9)$$

Система уравнений (9) составляется автоматически, поэтому часто оказывается структурно-вырожденной и не может быть решена. Для исключения лишних уравнений и переменных используем метод Хапрофта—Карпа (поиск максимально возможной трансверсали матрицы связей), который приводит к исключению вырожденности системы. Исключенные переменные, которые не могут быть найдены при решении исходной системы, сохраняют свои значения с предыдущего шага счета [3].

Для ускорения решения систему уравнений (9) разбиваем на блоки, которые затем решаются в требуемом порядке. Для разбиения на блоки применим алгоритм поиска сильносвязанных компонент Тарьяна [4], применяемого для полученной матрицы связей, составленной для уравнений и переменных имитационной модели. Результат работы алгоритма — перестановка порядка уравнений и переменных таким образом, что матрица, описывающая систему уравнений, приводится к блочно-диагональному верхнетреугольному виду [5, 6]. Построенные блоки решаются как отдельные системы нелинейных уравнений в порядке от последнего к первому. Незвестными для каждого блока становятся переменные, попадающие в диагональный блок. Значения переменных, оказывающихся вне блока, к этому моменту всегда определены при решении предыдущих блоков [3].

Каждый выделенный блок представляет собой подсистему нелинейных уравнений, решаемых методом Ньютона, в котором при построении матрицы Якоби используется численное дифференцирование с автоматическим выбором шага дифференцирования для увеличения точности определения производной. Система линейных уравнений на каждой итерации метода Ньютона решается методом Гаусса с выбором главного элемента.

Применение алгоритмов Хопкрафта—Карпа и Тарьяна [7] производится только при изменении положения любого из ключей, описываемого уравнением (3). Если положение ключей (см. (3)) остается неизменным, то и уравнения в системе остаются прежними, а следовательно, и структура системы остается постоянной и запуск описанного алгоритма не производится.

Решение системы уравнений (9) выполняется с частотой, достаточной для обеспечения требуемой точности, которая необходима для определения среднеинтегральных значений токов и напряжений.

**Взаимодействие ЭСЭ со смежными модулями.** Предложенная имитационная модель, показывающая изменение параметров ЭСЭ, тесно связана с имитационной моделью, описывающей изменение положения рабочего оборудования (ковш, стрела, рукоять) и экскаватора в целом. В связи с трудоемкостью совместного решения в режиме реального времени системы уравнений ЭСЭ и уравнений динамики твердых тел (ДТТ) исходную систему уравнений всего тренажера разделили на две имитационные модели: ЭСЭ (описанная выше) и ДТТ (выходящая за рамки данной статьи). По общим параметрам системы уравнений ЭСЭ и ДТТ связаны явным образом. При решении системы уравнений ЭСЭ используются значения оборотов электродвигателей, полученные с предыдущего шага счета. По рассчитанным токам, протекающим по обмоткам возбуждения и якоря электродвигателя, определяются крутящие моменты, передающиеся в модель ДТТ:

$$M = C_m I_A \Phi,$$

где  $C_m$  — коэффициент, зависящий от конструктивных параметров машины; при работе машины в двигательном режиме электромагнитный момент является вращающим, а в генераторном режиме — тормозным;  $\Phi$  — магнитный поток, пропорциональный току, протекающему по обмоткам возбуждения;  $I_A$  — ток, протекающий по обмотке якоря электродвигателя. На следующем шаге счета найденные значения моментов передаются в систему уравнений ДТТ.

На экскаваторе ЭКГ-18Р управление частотой вращения электродвигателей постоянного тока основных приводов осуществляется регулированием тока, протекающего по обмоткам якорей, с помощью системы автоматического управления (САУ). При этом регулирование тока каждого двигателя осуществляется четырьмя IGBT-транзисторами, работающими попарно. Каждая пара транзисторов подключает двигатель к шине постоянного тока в прямом или обратном направлении. Регулирование тока происходит широтно-импульсной модуляцией за счет высокоскоростного открывания и запираания транзисторов. Ширину импульса определяет система управления. Длина импульса линейно зависит от сигнала, полученного от САУ.

В связи с недостижимостью частоты счета, требуемой для математического моделирования САУ в режиме реального времени, в имитационной модели ЭСЭ для регулирования тока, протекающего через электродвигатель, применяются ребра (ключи) с переменным сопротивлением (см. уравнение (3)). С целью сохранения линейности закона проводимости в ребре от управляющего сигнала  $z$  сопротивление ключей  $R$  находим в виде

$$R = 1/(kz),$$

а для ребра имеем

$$kzU_1 - kzU_2 - I = 0,$$

где  $R$  — сопротивление ключей, обеспечивающих протекание через них электрического тока;  $z$  — управляющий сигнал;  $k$  — коэффициент усиления;  $U_1$  и  $U_2$  — электрические потенциалы в узлах, примыкающих к ребру;  $I$  — сила тока в ключе.

Управление частотой вращения каждого электродвигателя привода экскаватора осуществляется отдельным блоком управления приводом. Для соответствия динамики работы приводов, идентичности настройки и их реакции на управляющие воздействия в тренажере в математической модели была воссоздана система управления приводами ЭКГ-18Р (рис. 2).

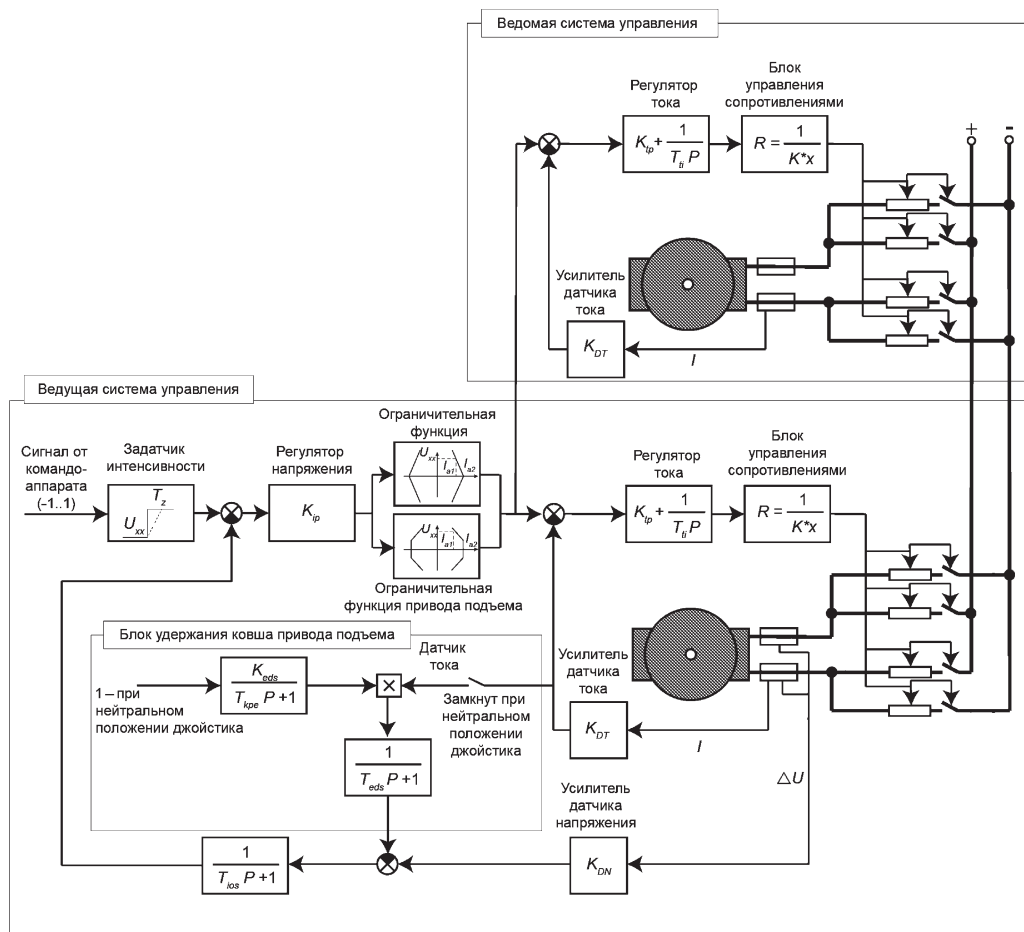


Рис. 2. Схема системы автоматического управления приводом, оснащенной двумя электродвигателями

Двухконтурная система управления [8] построена по принципу подчиненного регулирования с последовательной коррекцией и нелинейным ограничением тока:

— первый: внутренний контур регулирования тока построен на пропорционально-интегральном регуляторе; интегральная составляющая имеет ограничение на максимальное значение по модулю; задающий сигнал для регулятора тока — результат работы второго, внешнего, контура регулирования;

— второй: внешний контур — пропорциональный регулятор напряжения с функцией ограничения, которая служит для получения требуемой механической характеристики привода.

Система управления приводом подъема дополнена контуром удержания ковша при управляющем сигнале, равном нулю. Активация этой части системы управления происходит только при очень малых напряжениях, задаваемых для внешнего контура управления. Контур удержания ковша преднамеренно вносит малую отрицательную ошибку в обратную связь, что заставляет систему управления превентивно увеличивать задаваемый ток, протекающий по обмотке якоря, и, как следствие, приводить к большему значению крутящего момента для удержания.

В случае, когда привод оснащен двумя электродвигателями (т. е. является многодвигательным), система управления содержит для каждого из них собственный внутренний контур регулирования тока, в то время как во внешнем контуре, регулирующем напряжение, используется один общий.

**Верификация.** Верификация построенной математической модели ЭСЭ карьерного экскаватора ЭКГ-18Р производилась по данным, полученным автором статьи на реальном экскаваторе, работающем в карьере. Они включали:

- 1) токи, протекающие по обмоткам якорей всех электродвигателей и приводов поворота, напора, подъема, хода, и напряжения на этих обмотках, а также напряжения системы управления (от джойстиков машиниста экскаватора);
- 2) токи, протекающие по обмоткам возбуждения всех двигателей.

Для верификации модели данные от органов управления, задающих работу приводов, были транслированы, как управляющие воздействия на имитационную модель. В процессе верификации велась запись напряжения и тока, протекающего по обмоткам электродвигателей, аналогично тому, как это делается на реальном карьерном экскаваторе.

На рис. 3 и 4 представлены графики токов, протекающих по обмоткам электродвигателей, и напряжений на выводах этих обмоток. При проведении численного эксперимента для привода поворота пустой ковш экскаватора был установлен в среднее возвышение. Реальный же экскаватор перемещал ковш и осуществлял повороты то с полным, то с пустым ковшом, чем объясняется частичное расхождение расчета и эксперимента на рис. 3.

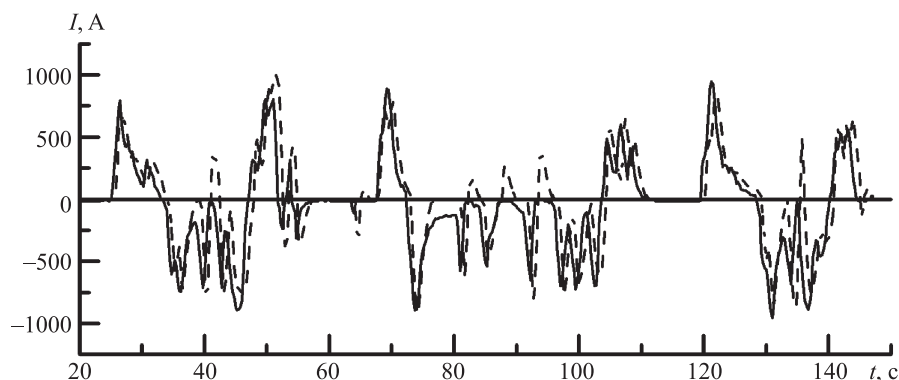


Рис. 3. Токи электродвигателя привода поворота

Сплошная линия — эксперимент, пунктирная — расчет.



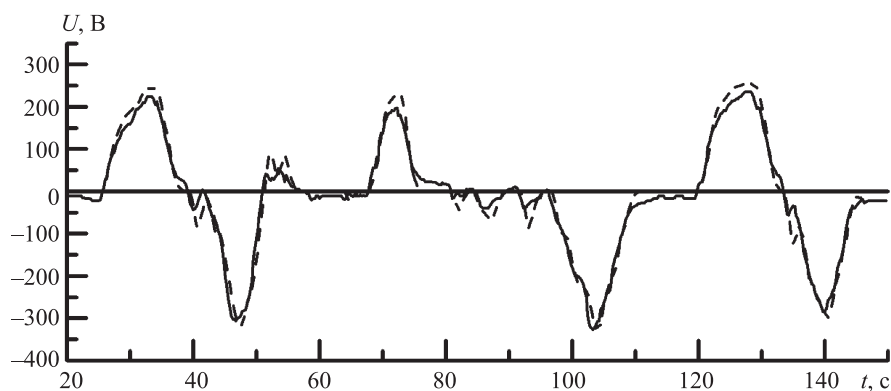


Рис. 4. Напряжения на выводах обмотки электродвигателя поворота  
Сплошная линия — эксперимент, пунктирная — расчет.

Приведенные на рис. 3, 4 результаты имитационного моделирования токов и напряжений являются достаточными по точности для задач тренажерного обучения машинистов экскаватора карьерного гусеничного ЭКГ-18Р, что подтверждено актом завода-изготовителя машины.

**Заключение.** В рамках созданной квазистационарной имитационной модели электрических систем карьерного экскаватора были представлены система исходных, предварительно подготовленных уравнений и методы их решения, применимые для расчетов в режиме реального времени при динамической генерации исходной системы объемом до 1.5 тыс. алгебраических уравнений.

Были показаны принципы взаимодействия предложенной модели ЭСЭ со связанными моделями, также входящими в состав комплексного тренажера подготовки машинистов ЭКГ-18Р.

Полученный результат является важным для разработки имитационных моделей электрических систем, рассчитываемых в режиме реального времени.

## Литература

1. Бычков Ю. А., Золотницкий В. М., Чернышев Э. П. Основы теории электрических цепей: учебник для вузов. СПб.: Изд-во «Лань», 2002. 464 с.
2. Матханов П. Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи: учебник для электротехн. и радиотехн. специальностей вузов. М.: Высшая школа, 1990. 400 с.
3. Казунин Д. В. Численное моделирование технологических процессов танкеров и терминалов. Новороссийск: МГА им. Ф. Ф. Ушакова, 2009. 267 с.
4. Tarjan R. E. Depth first search and linear graph algorithm // SIAM Journal on Computing. 1972. Vol. 1, N 2. P. 146–160.
5. Писсанецки С. Технология разреженных матриц / пер. с англ. Х. Д. Икрамова, И. Е. Капорина; под ред. И. Д. Икрамова. М.: Мир, 1988. 411 с. (*Pissanetsky S. Sparse matrix technology.*)
6. Эстербю О., Златев З. Прямые методы для разреженных матриц / пер. с англ. Х. Д. Икрамова. М.: Мир, 1987. 120 с. (*Osterby O., Zlatev Z. Direct methods for sparse matrices.*)
7. Duff I. S., Reid J. K. An implementation of Tarjan's algorithm for the block triangularization of a matrix // ACM Transactions on Mathematical Software. 1978. Vol. 4. P. 137–147.
8. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления: линейные системы. Нелинейные системы. Импульсные системы. Цифровые и адаптивные системы. Критерии устойчивости. Случайные процессы. 4-е изд., перераб. и доп. СПб.: Профессия, 2004. 747 с.

**Для цитирования:** Костыгова Д. М., Казунин Д. В. Математическое моделирование электрических систем карьерного экскаватора в режиме реального времени // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2017. Т. 13. Вып. 1. С. 81–90. DOI: 10.21638/11701/spbu10. 2017.108

## References

1. Bychkov U. A., Zolotnickii V. M., Chernishov E. P. *Osnovi teorii elektricheskikh cepei* [Theory basics of electrical circuits: a book for high schools]. Saint Petersburg, Lan Publ., 2002, 464 p. (In Russian)
2. Mathanov P. N. *Osnovi analiza elektricheskikh cepei. Lineinие cepи* [Electrical circuits basics. Linear circuit]. Moscow, Vissaya shkola Publ., 1990, 400 p. (In Russian)
3. Kazunin D. V. *Chislennoe modelirovanie tehnologicheskikh processov tankerov i terminalov* [Numerical modeling of tankers and terminals technological processes]. Novorossisk, Admiral Ushakov MGA Publ., 2009, 267 p. (In Russian)
4. Tarjan R. E. Depth first search and linear graph algorithm. *SIAM Journal on Computing*, 1972, vol. 1, no. 2, pp. 146–160.
5. Pissanetsky S. *Sparse matrix technology*. New York, Academic Press, 1984, 428 p. (Russ. ed.: Pissanecki S. *Tehnologiya razregennih matric*. Moscow, Mir Publ., 1988, 411 p.)
6. Osterby O., Zlatev Z. Direct methods for sparse matrices. *Lecture Notes in Computer Science*. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 1983, vol. 157, 130 p. (Russ. ed.: Osterby O., Zlatev Z. *Priamie metody dlia razregennih matric*. Moscow, Mir Publ., 1987, 120 p.)
7. Duff I. S., Reid J. K. An implementation of Tarjan's algorithm for the block triangularization of a matrix. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 1978, vol. 4, pp. 137–147.
8. Besekerskii V. A., Popov E. P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya: lineinие sistemi. Nelineinие sistemi. Impuls sistemi. Cifrovie i adaptivnие sistemi. Kriterii ustoychivosti. Sluchainие processы* [Theory of system's automatic control: linear systems. Non-linear systems. Impulse of system. Digital and adaptives of systems. Stability criterions. Random processes]. Saint Petersburg, Professia Publ., 2004, 747 p. (In Russian)

**For citation:** Kostygova D. M., Kazunin D. V. Mathematical real time model of mining excavator electrical systems. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied mathematics. Computer science. Control processes*, 2017, volume 13, issue 1, pp. 81–90. DOI: 10.21638/11701/spbu10.2017.108

Статья рекомендована к печати проф. Н. В. Егоровым.

Статья поступила в редакцию 5 мая 2016 г.

Статья принята к печати 19 января 2017 г.